

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 03C1BBABF83E153235592ADEEC463FDD
Владелец МАШАРОВ ПАВЕЛ АНАТОЛЬЕВИЧ
Действителен с 06.07.2026 по 29.09.2027
Должность проректор

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
«16» апреля 2026 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

АЛГЕБРА

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки / Специальность	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2026

Рабочая программа дисциплины **«Алгебра»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2026 года.

Разработчик:

доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики,
канд. пед. наук

Л. И. Селякова

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики.

Протокол от 09.04.2026 № 8

Заведующий кафедрой

Е. И. Скафа

СОГЛАСОВАНО:

Врио декана факультета математики и
информационных технологий
16.04.2026

Н.Е. Мащенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 15.04.2026 № 3

Председатель

Ю.В. Абраменкова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
14.04.2026

В.В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:
базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Аналитическая геометрия, Аналитическая теория чисел, Дискретная математика, Научные основы элементарной математики, Методика обучения математике, являются основой для прохождения Производственная практики: научно-педагогической практики; используются при подготовке выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.23 Алгебра
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	8 / 288

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	1	1	34	34	–	76	144	экзамен
Очная	1	2	34	34	–	76	144	зачёт

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование у студентов базовых знаний по алгебре, а также практических навыков использования алгебраического аппарата в учебной и будущей профессиональной деятельности.

**4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ
ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ
И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.5. Применяет фундаментальные знания в области алгебры для дальнейшего изучения дисциплин и в профессиональной деятельности	ОПК-1.5.1. Знает теорию основных алгебраических структур, их примеры, изучаемые в математических дисциплинах, подходы к их исследованию. ОПК-1.5.2. Умеет использовать алгебраический аппарат исследования алгебраических операций и отношений на множествах, изучаемых в областях математических и естественных наук. ОПК-1.5.3. Умеет применять основные методы алгебры к построению и исследованию математических моделей реальных процессов, к решению теоретических и прикладных задач.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
1. Системы линейных уравнений, метод Гаусса	Линейные системы и их матрицы. Совместные (определенные, неопределенные) и несовместные системы. Элементарные преобразования систем и матриц. Приведение систем линейных уравнений и их матриц к ступенчатому виду. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Применение систем линейных уравнений к решению геометрических и алгебраических задач. Определители II и III порядков, их применение.
2. Определители n-го порядка	Перестановки из n чисел. Подстановки n-ой степени. Группа подстановок. Определители n-го порядка, определение и свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Методы вычисления определителей. Определитель Вандермонда. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
3. Алгебра матриц	Матрицы. Операции сложения матриц и умножения матрицы на число. Свойства операций. Операция умножения матриц. Свойства операции. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица, условия существования. Решение матричных уравнений. Решение систем линейных уравнений.

4. Комплексные числа	Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексных чисел, операция сопряжения, свойства. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Группа корней из 1, первообразные корни. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами, неравенства для модулей.
5. Многочлены от одной переменной	Кольцо многочленов от одной переменной, делимость с остатком. Свойства делимости многочленов. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Корни многочленов. Теорема Безу, следствие. Кратные корни, условия существования. Схема Горнера. Основная теорема алгебры, следствия. Формулы Лагранжа, Виета. Применение в элементарной математике. Многочлены над полем действительных чисел, приводимость, рациональные корни. Применение в элементарной математике.
6. Линейные пространства	Понятие линейного пространства, простейшие следствия из аксиом. Подпространства, линейные оболочки. Линейная независимость и зависимость векторов, эквивалентные системы. Базис пространства, размерность, координаты векторов. Связь между базисами пространства, преобразование координат. Изоморфизм пространств. Максимальные линейно независимые подсистемы, ранг системы векторов. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы. Критерий совместности линейных систем.
7. Евклидовы пространства	Евклидово пространство. Скалярное произведение, связь с элементарной математикой. Длины векторов, угол между векторами, неравенство Коши-Буняковского. Процедура ортогонализации, ортонормированный базис. Изоморфизм евклидовых пространств. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Ортогональная проекция вектора на подпространство, определитель Грама. Метод наименьших квадратов.
8. Квадратичные формы	Линейные функционалы, сопряженные пространства. Билинейные формы, их матрицы. Квадратичные формы.

	Канонический вид квадратичных форм, метод Лагранжа. Положительно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Закон инерции квадратичных форм. Ранг квадратичных форм и ранг их матриц.
9. Линейные операторы	Линейные операторы и их матрицы, простейшие свойства. Ядро и ранг линейного оператора. Операции над линейными операторами и матрицами. Связь между матрицами оператора в разных базисах, свойства подобных матриц. Инвариантные подпространства и диагональные матрицы. Характеристические матрицы и характеристические многочлены. Собственные векторы оператора. Условие диагонализации линейных операторов.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 1, семестр – 1

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
1. Системы линейных уравнений, метод Гаусса	5	5		15	25
2. Определители n-го порядка	9	9		16	34
3. Алгебра матриц	6	6		15	27
4. Комплексные числа	6	6		15	27
5. Многочлены от одной переменной	8	8		15	31
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34	34		76	144

6.2. Форма обучения – очная, курс – 1, семестр – 2

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
6. Линейные пространства	10	10		20	40
7. Евклидовы пространства	7	7		18	32
8. Квадратичные формы	7	7		18	32
9. Линейные операторы	10	10		20	40
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34	34		76	144
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	68	68		152	288

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

1. Системы линейных уравнений: основные понятия.
2. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
3. Перестановки. Инверсия в перестановке. Транспозиция в перестановке.
4. Подстановки. Четность подстановки. Умножение подстановок, группа подстановок.

5. Определение детерминантов. Свойства определителя.
6. Минор, дополнительный минор, алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа.
7. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
8. Матрицы, операции сложения матриц и умножения матрицы на число, свойства операций.
9. Умножение матриц, свойства операции.
10. Критерий обратимости матриц.
11. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Равенство комплексных чисел в алгебраической форме записи. Алгебраические операции на множестве комплексных чисел в алгебраической форме.
12. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.
13. Произведение, частное комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра; вычисление всех значений корня n -ной степени из комплексного числа. Свойства модуля и аргумента.
14. Корни n -ной степени из единицы, мультипликативная группа корней n -ой степени из единицы.
15. Операция сопряжения, ее свойства (с доказательством).
16. Определения группы, моноида, полугруппы, группоида.
17. Определение кольца, коммутативного кольца, кольца с единицей, поля.
18. Кольцо многочленов от одного неизвестного, делимость с остатком. Свойства делимости многочленов.
19. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты.
20. Корни многочленов. Теорема Безу, следствие из неё. Кратные корни, условия их существования.
21. Основная теорема алгебры, следствия из неё.
22. Формулы Лагранжа, Виета. Применение в элементарной математике.
23. Многочлены над полем действительных чисел, приводимость, рациональные корни.
24. Понятие линейного пространства, простейшие следствия из аксиом.
25. Подпространства, линейные оболочки.
26. Линейная независимость и зависимость векторов, эквивалентные системы.
27. Базис пространства, размерность, координаты векторов.
28. Максимальные линейно независимые подсистемы, ранг системы векторов. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы.
29. Связь между базисами пространства, преобразование координат.
30. Изоморфизм пространств.
31. Критерий совместности линейных систем.
32. Евклидово пространство. Скалярное произведение, связь с элементарной математикой.
33. Длины векторов, угол между векторами, неравенство Коши-Буняковского.
34. Процедура ортогонализации, ортонормированный базис.
35. Ортогональная проекция вектора на подпространство, определитель Грамма. Метод наименьших квадратов.
36. Билинейные формы, их матрицы. Квадратичные формы.
37. Канонический вид квадратичных форм, метод Лагранжа.
38. Положительно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
39. Закон инерции квадратичных форм. Ранг квадратичных форм и ранг их матриц.
40. Линейные операторы и их матрицы, простейшие свойства.
41. Ядро и образ линейного оператора.

42. Собственные векторы линейного оператора. Условие диагонализации линейных операторов.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике – по всем темам.

Контрольные работы по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

Экзаменационный билет № 1

1. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.

2. Теорема Безу и следствие из неё (с доказательством).

3. Вычислить матрицу $C^{-1}BC$, если $B = \begin{pmatrix} 17 & -6 \\ 35 & -12 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить

$$|M| = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & 4 & 0 \\ 7 & 7 & 6 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

5. Докажите, что неопределенная система линейных уравнений имеет бесконечно много решений.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по столбальной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних (индивидуальных) заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 1

Номера тем	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-5	Организационно-учебная работа в аудитории	10
	Самостоятельная работа по выполнению домашних (индивидуальных) заданий	40
	Контрольные работы по практике	25
	Контрольные работы по теоретическому материалу	25
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация		100
Общий итог за семестр		100

8.2. Семестр 2

Номера тем	Виды работ	Максимальное количество баллов
6-9	Организационно-учебная работа в аудитории	10
	Самостоятельная работа по выполнению домашних (индивидуальных) заданий	40
	Контрольные работы по практике	25
	Контрольные работы по теоретическому материалу	25
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	
75-79	C		
70-74	D	удовлетворительно	
60-69	E		
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное на кафедре в ауд.701 Главного корпуса.

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Зыза, А. В. Алгебра: методика обучения студентов педагогических направлений [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие. Ч. 1 / А. В. Зыза, А. М. Кизименко, Л. И. Селякова ; ГОУ ВПО "Донецкий национальный университет", Кафедра высшей математики и методики преподавания математики. – Донецк : ДонНУ, 2018. – Электронные текстовые данные (1 файл). – К№ЭК380143. – Текст: электронный // ЭБС ФГБОУ ВО «ДонГУ»: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 05.03.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.

2. Ильин, В. А. Линейная алгебра : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – 6-е изд., стер. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2020. – 280 с. – ISBN 978-5-9221-0481-4. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/185610> (дата обращения: 19.03.2026). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Кряквин, В. Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях : учебное пособие / В. Д. Кряквин. – 3-е изд., испр. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 592 с. – ISBN 978-5-8114-2090-2. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/212276> (дата обращения: 19.03.2026). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош. – 27-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2026. – 432 с. – ISBN 978-5-507-54342-7. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/507517> (дата обращения: 19.03.2026). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

10.2. Дополнительная литература

5. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И. В. Проскуряков. – Изд. 13-е. – Санкт-Петербург : Лань ; Москва, 2010. – 480 с.

6. Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественнонауч., пед. и техн. наук / Д.К. Фаддеев. – Изд. 3-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 415 с.

7. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре : учеб. пособие для студентов вузов, обучающ. по мат. специальностям / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – Изд. 17-е. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 288 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU**: сайт / НЭБ (ООО). – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

2. **Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»**: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

3. **Национальная подписка:** сайт / РЦНИ. – Москва, 2020- . – URL: <https://podpiska.rcsi.science/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов.пользователей ДонГУ. – Текст: электронный.
4. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
5. **Образовательная платформа Юрайт:** сайт. – Москва, 2013- . – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронная библиотека РГБ:** раздел сайта / РГБ. – Текст: электронный // Российская государственная библиотека: официальный сайт. – <https://ldiss.rsl.ru/electroniclibrary>. – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – Виртуальный читальный зал РГБ на территории НБ ДонГУ.
7. **Электронно-библиотечная система Лань:** сайт / ЭБС Лань. – С.-Петербург, 2011- . – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
8. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
9. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
10. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. РЕД ОС, Astra Linux (OEM).
2. OpenOffice, LibreOffice.